

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
функционального анализа  
и операторных уравнений



Каменский М.И.  
19.05.22 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.О.30 Алгоритмы дискретной математики

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 01.03.04 Прикладная математика
- 2. Профиль подготовки:** Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составители программы:** Новиков Игорь Яковлевич, д.ф.-м.н.
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета, протокол № 0500–03 от 24.03.2022 г.
- 8. Учебный год:** 2023-2024 **Семестр(ы):** третий

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

*Цели освоения учебной дисциплины:*

- ознакомление студентов с основными понятиями и методами дискретной математики.

*Задачи учебной дисциплины:*

- изучение алгебры булевых функций;
- изучение полноты систем функций.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относится к обязательной части блока 1. Дисциплина (модуль).

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Алгоритмы дискретной математики»:

– курс элементарной математики в рамках школьной программы.

Дисциплина «Алгоритмы дискретной математики» является необходимой для усвоения учебных курсов математического анализа, функционального анализа, теории вероятностей и математической статистики, а также для усвоения специальных курсов.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Знать: базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук. Уметь: использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности  Владеть навыками: выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
		ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 4/144.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			№ 3
Аудиторные занятия		50	50
в том числе:	лекции	16	16
	практические	34	34
	лабораторные		
Самостоятельная работа		58	58
Форма промежуточной аттестации (зачёт и экзамен – __ час.)		36	36
Итого:		144	144

#### 13.1 Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью он-лайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ)	Индексы простоты. Тривиальный алгоритм, алгоритм основанный на операциях упрощения. Тупиковые, сокращённые ДНФ. Геометрический алгоритм. Импликанты, простые импликанты. Алгоритм Квайна - Мак-Класки.	
1.2	Введение в комбинаторику.	Правило суммы и правило произведения. Размещения, перестановки, сочетания, разбиения множества. Биномиальные коэффициенты. Числа Стирлинга первого и второго рода. Принцип включения и исключения. Производящие функции.	
1.3	Линейные рекуррентные соотношения.	Характеристический многочлен. Решение однородных и неоднородных линейных рекуррентных соотношений. Поиск решения методом производящих функций. Числа Фибоначи	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ)	Решение задач на поиск тупиковых, сокращённых и минимальных ДНФ с помощью алгоритмов упрощения, геометрического и Квайна-Мак-Класки	
2.2	Введение в комбинаторику.	Решение комбинаторных задач	
2.3	Линейные рекуррентные соотношения.	Решение однородных и неоднородных линейных рекуррентных соотношений	

### 3. Лабораторные занятия

#### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
	Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ)	8	12		19	39
	Введение в комбинаторику.	4	10		19	33
	Линейные рекуррентные соотношения.	4	12		20	36
	Итого:	16	34		58	108

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется:

- изучать основную и дополнительную литературу;
- разбирать и изучать конспекты лекций;
- выполнять контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- выполнять практические задания с применением теоретического материала.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	<i>Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский. Изд. 5-е, стер. М. : Высш. шк., 2008. 384 с. : ил., табл. (Для высших учебных заведений. Математика) . ISBN 978-5-06-005943-4.</i>
2.	<i><a href="#">Виленкин, Наум Яковлевич</a>. Комбинаторика / Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.А. Виленкин .— М. : ФИМА : МЦНМО, 2006 .— 399, [1] с. : ил. — Библиогр.: с.400 .— ISBN 5-89492-014-0 .— ISBN 5-94057-230-8.</i>
3.	<i><a href="#">Харари, Ф.</a> Теория графов / Ф. Харари ; пер. с англ. и предисл. В.П. Козырева; под ред. Г.П. Гаврилова .— Изд. 3-е, стер. — М. : URSS, 2006 .— 300 с. : ил. — Библиогр.: с.269-286 .— Имен. указ.: с.286-290 .— Предм. указ.: с.293-297 .— ISBN 5-484-00457-8.</i>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4.	<i>Новиков, Федор Алексеевич. Дискретная математика для программистов : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по направлению подгот. дипломир. специалистов "Информатика и вычислительная техника" / Ф.А. Новиков. 3-е изд. СПб. [и др.] : Питер, 2008. 383 с. : ил., табл. (Учебник для вузов) . ISBN 978-5-91180-759-7.</i>
5.	<i><a href="#">Лавров, Игорь Андреевич</a>. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов : [учебное пособие] / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова .— Изд. 5-е, испр. — М. : Физматлит, 2004 .— 255 с. — Библиогр.: с.248-249 .— Предм. указ.: с.250-255 .— ISBN 5-9221-0026-2.</i>
6.	<i><a href="#">Белоусов, Алексей Иванович</a>. Дискретная математика : Учебник для студ. вузов / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко .— М. : Изд-во</i>

	<i>МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004 .— 743 с. : ил., табл. — (Математика в техническом университете ; Вып. 19) .— ISBN 5-7038-1769-2 .— ISBN 5-7038-1270-4 : 128.00.</i>
7.	<i>Гаврилов, Гарий Петрович. Задачи и упражнения по дискретной математике : учебное пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. Изд. 3-е, перераб. М. : Физматлит, 2006. 416 с. : ил., табл. ISBN 5-9221-0477-2</i>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	<i>Математическая логика /Логика высказываний/ [электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу / сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский .— Воронеж, 2015 .— &lt;URL:<a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf</a>&gt;.</i>
2.	<i>Математическая логика /Логика предикатов/ [электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу / сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский .— Воронеж, 2015 .— &lt;URL:<a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf</a>&gt;.</i>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	<i>Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский. Изд. 5-е, стер. М. : Высш. шк., 2008. 384 с. : ил., табл. (Для высших учебных заведений. Математика) . ISBN 978-5-06-005943-4.</i>
2.	<i>Гаврилов, Гарий Петрович. Задачи и упражнения по дискретной математике : учебное пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. Изд. 3-е, перераб. М. : Физматлит, 2006. 416 с. : ил., табл. ISBN 5-9221-0477-2</i>

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. При проведении занятий в дистанционной форме используются технические и информационные ресурсы Образовательного портала "Электронный университет ВГУ" (<https://edu.vsu.ru>), базирующегося на системе дистанционного обучения Moodle, развернутой в университете, а также другие доступные ресурсы в сети Интернет.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации; специализированная мебель

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства

1.	Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ)	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос. Практические занятия. Контрольные работы
2.	Введение в комбинаторику.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос. Практические занятия. Контрольные работы
3.	Линейные рекуррентные соотношения.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос. Практические занятия. Контрольные работы
4.	Элементы теории графов.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос. Практические занятия. Контрольные работы
Промежуточная аттестация форма контроля – зачёт и экзамен				Перечень вопросов к зачету и экзамену

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: практикоориентированные задания, домашние задания, контрольные работы.

#### Комплект заданий для контрольной работы № 1

##### Вариант 1

1. В соревновании по гимнастике участвуют 10 человек. Трое судей должны независимо друг от друга перенумеровать их в порядке, отражающем их успехи в соревновании по мнению судей. Победителем считается тот, кого назовут первым хотя бы двое судей. В какой доле случаев соревнования победитель будет определен?

2. Пять девушек и трое юношей играют в городки. Сколькими способами они могут разбиться на две команды по 4 человека в каждой команде, если в каждой команде должно быть хотя бы по одному юноше?

3. Найти минимальную ДНФ булевой функции  $(1 + A) \wedge C \vee A \wedge (C \rightarrow B)$ .

4. Найти минимальную ДНФ булевой функции  $(A \rightarrow C) \wedge (\neg B \rightarrow \neg C) \wedge \neg(A \rightarrow B)$

##### Вариант 2

1. Автобусу, в котором находится 11 пассажиров, предстоит сделать 5 остановок. Сколькими способами могут распределиться пассажиры между этими остановками?

2. В почтовом отделении продаются открытки 12 сортов. Сколькими способами можно купить в нем 10 открыток?

3. Найти минимальную ДНФ булевой функции  $(\neg A \rightarrow B \vee C) \wedge (C \rightarrow B)$

4. Найти минимальную ДНФ булевой функции  $(A \rightarrow B) \wedge A \wedge (\neg B \vee \neg C)$

Для оценивания результатов каждой контрольной работы используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформирован	Шкала оценок
---------------------------------	---------------------	--------------

	НОСТИ компетенций	
<i>Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим и практическим материалом данного курса, применяет теоретические знания для решения практических задач в области дискретной математики</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Ответ на контрольную работу не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Ответ на контрольную работу не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в решении задач</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Ответ на контрольную работу не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки</i>	<i>–</i>	<i>Неудовлетворительно</i>

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью экзаменационных билетов.

### Перечень вопросов к экзамену:

1. Определение размещения с повторениями.
2. Определение размещения без повторений.
3. Определение перестановки без повторений.
4. Определение перестановки с повторениями.
5. Определение сочетания без повторений.
6. Определение сочетания с повторениями.
7. Определение разбиения множества.
8. Определение унимодальной последовательности;
9. Определение производящей функции;
10. Определение рекуррентного соотношения и его степени.
11. Определение линейного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами.
12. Определение общего решения рекуррентного соотношения.
13. Определение характеристического многочлена линейного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами.
14. Описать вид частного решения неоднородного рекуррентного соотношения, в котором следует его искать, если правая часть имеет специальный вид.
15. Описать алгоритм применения метода производящих функций при решении рекуррентных соотношений.
16. Сформулировать и доказать утверждение о числах размещений, перестановок, сочетаний с повторениями и без;
17. Сформулировать и доказать утверждение о рекуррентном соотношении чисел Стирлинга II-го рода.
18. Сформулировать и доказать утверждение о свойствах чисел сочетания без повторений.
19. Сформулировать и доказать утверждение принципа "включения -исключения".
20. Сформулировать и доказать "теорему обращения".
21. Сформулировать и доказать утверждение об общем решении линейного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами.
22. Определение коэффициента простоты;
23. Определение минимальной ДНФ;
24. Определение операций склеивания и поглощения;



25. Определение тупиковой ДНФ;
26. Определение алгоритма упрощения;
27. Определение покрытия и его ранга;
28. Определение максимальной грани покрытия;
29. Определение два определения простой импликанты;
30. Определение сокращённой ДНФ;
31. Определение неприводимого покрытия;
32. Определение геометрического алгоритма;
33. Определение особенности алгоритма Квайна;
34. Определение особенности алгоритма Квайна-Мак-Класки;
35. Определение карт Карно и их назначение;

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание определений основных объектов изучения и основных утверждений курса дискретной математики;
- 2) умение применять теоретические знания в практических задачах;
- 3) владение теоретическими основами дисциплины, умение грамотно проводить доказательства теорем и иллюстрировать их примерами

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим материалом данного курса, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области дискретной математики</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, или не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в доказательствах теорем</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки</i>	<i>–</i>	<i>Неудовлетворительно</i>

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

#### 1) закрытые задания (тестовые):

1. Сколько двоичных наборов длины  $n$ ?



- а) 2 в степени n.
- б) 2n.

Ответ: а

2. Сколько булевых функций, зависящих от n переменных?
- а) 2 в степени 2n.
  - б) 2 в степени 2 в степени n.

Ответ: б

3. Как расположены противоположные наборы?
- а) Противоположные наборы расположены симметрично относительно середины таблицы.
  - б) Противоположные наборы расположены в обратном порядке.

Ответ: а

4. Что такое простая импликанта?
- а) Это элементарная конъюнкция, соответствующая ядровой грани.
  - б) Это элементарная конъюнкция, соответствующая максимальной грани.

Ответ: б

5. Сколько существует слов (наборов букв) длины m, составленных из букв русского алфавита (33 буквы), содержащих букву "а"? Укажите правильный ответ из предложенных.

Варианты ответа:

- а)  $32^m$ ,
- б)  $33^m - 32^m$ ,
- с)  $33^m$ .

Правильный ответ:  $33^m - 32^m$ .

Решение. Найдем общее число слов длины m:  $33^m$ . Заметим, что число слов, не содержащих букву "а", равно  $32^m$ .

Искомое число будет равно разности полученных результатов:  $33^m - 32^m$ .

## 2) открытые задания:

1. Вставьте пропущенную цифру:  
Число двоичных наборов длины n есть (...) в степени n.  
Ответ: 2
2. Вставьте пропущенную цифру:  
Число булевых функций, зависящих от n переменных есть (...) в степени (...) в степени n  
Ответ: 2
3. Вставьте пропущенное слово: Простая (...) – это элементарная конъюнкция, соответствующая максимальной грани  
Ответ: импликанта

4. Вставьте пропущенное слово: Сокращенная ДНФ – это (...) всех простых импликант.

Ответ: дизъюнкция

5. Число всевозможных подмножеств у множества  $M$ , состоящего из  $n$  элементов равно  $2^{(\dots)}$ . Вставьте пропущенную цифру.

Ответ:  $n$

Решение. Чтобы указать подмножество данного множества  $M$ , можно приписать каждому элементу множества  $M$  число 1, если этот элемент входит в рассматриваемое подмножество, или число 0, если этот элемент не входит в это подмножество. Таким образом, каждому подмножеству однозначно сопоставляется кортеж из 0 и 1 длины  $n$ . Число таких кортежей равно  $2^n$ .

6. Сколько шестизначных четных чисел можно составить из цифр 1, 3, 4, 5, 7, 9, если в каждом из этих чисел ни одна цифра не повторяется?

Ответ: 120.

Решение. Четное число должно оканчиваться цифрой 4 из предложенных цифр. На остальных пяти местах в шестизначном числе будут стоять оставшиеся пять цифр в произвольном порядке. Число вариантов здесь равно  $5! = 120$  (количество перестановок из пяти элементов).

### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

#### 1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов – указан хотя бы один неверный ответ.

#### 3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

#### 4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**